

Résumé Etude de Fonction

① Ensemble de définition

$$f(x) =$$

$\sqrt{P(x)}$	$\frac{P(x)}{Q(x)}$	$\frac{P(x)}{\sqrt{Q(x)}}$	$\sqrt{\frac{P(x)}{Q(x)}}$	$\frac{\sqrt{P(x)}}{\sqrt{Q(x)}}$
$\mathcal{D}_f = \{x \in \mathbb{R} / P(x) \geq 0\}$	$\mathcal{D}_f = \{x \in \mathbb{R} / Q(x) \neq 0\}$	$\mathcal{D}_f = \{x \in \mathbb{R} / Q(x) > 0\}$	$\mathcal{D}_f = \{x \in \mathbb{R} / Q(x) \neq 0 \text{ et } \frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0\}$	$\mathcal{D}_f = \{x \in \mathbb{R} / P(x) \geq 0 \text{ et } Q(x) > 0\}$

② Calcul limites aux bornes

Les bornes

$$\mathcal{D}_f =]-\infty; +\infty[\xrightarrow{\text{les bornes}} -\infty / +\infty$$

$$\mathcal{D}_f =]-\infty; 0] \longrightarrow -\infty$$

$$\mathcal{D}_f =]-\infty; 0[\longrightarrow -\infty / 0^-$$

$$\mathcal{D}_f =]0; +\infty[\longrightarrow 0^+ / +\infty$$

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[\longrightarrow -\infty / 1^- / 1^+ / +\infty$$

limites classiques

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x^n = +\infty ; \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^n} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow p} \sqrt[n]{x} = +\infty ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} x^n = \begin{cases} -\infty & (n \text{ impair}) \\ +\infty & (n \text{ pair}) \end{cases}$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^n} = 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

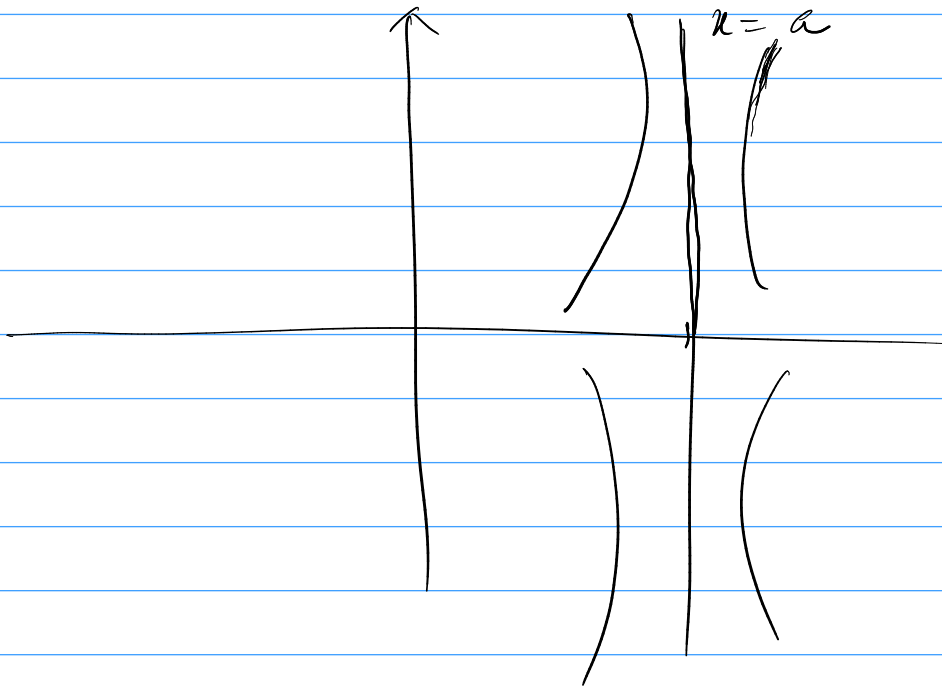
Limites trigonométriques

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{bx} = \frac{a}{b} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(ax)}{bx} = \frac{a}{b} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{x^2} = \frac{a^2}{2} \end{array} \right.$$

③ Les branches infinies

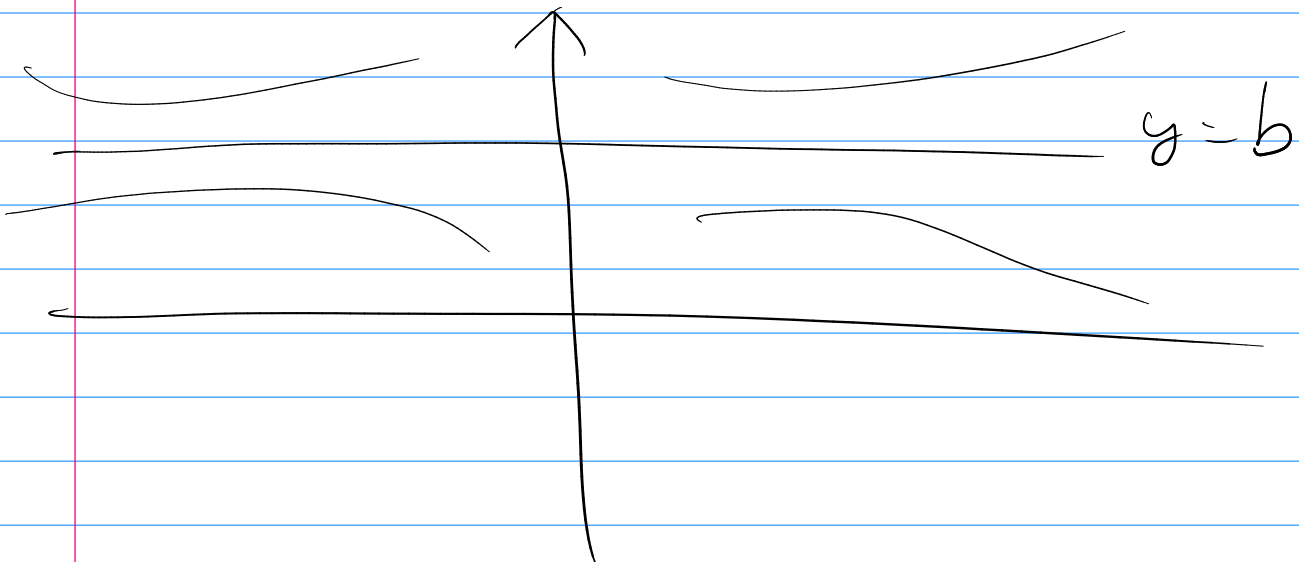
$$\textcircled{1} \quad \boxed{\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty}$$

→ on dit que : (C_f) admet une asymptote verticale d'équation $x = a$ en $\pm \infty$



(2) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b \in \mathbb{R}$

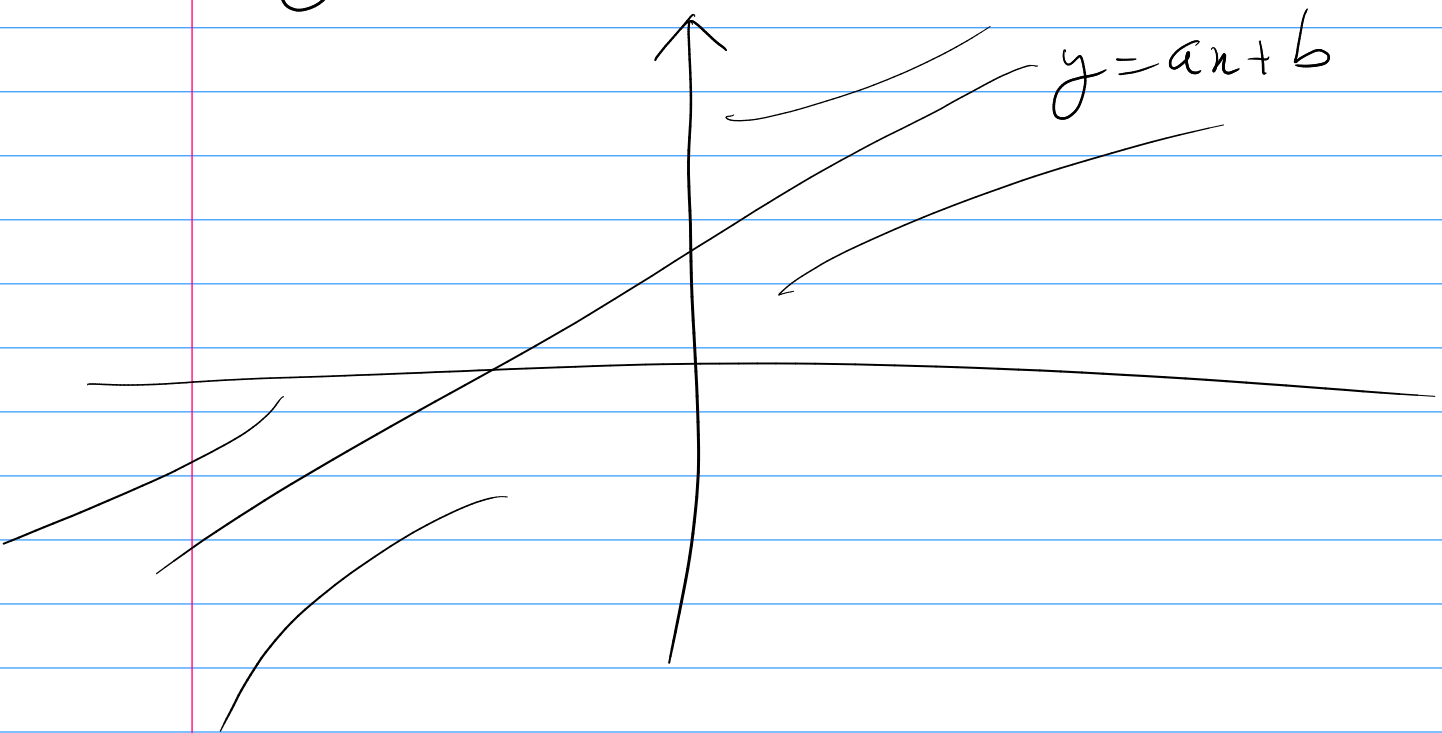
→ on dit que : (C_f) admet une
 asymptote horizontale d'équation
 $y = b$ au voisinage de $\pm\infty$



$$\textcircled{3} \quad \left| \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - [ax+b] \neq 0 \right|$$

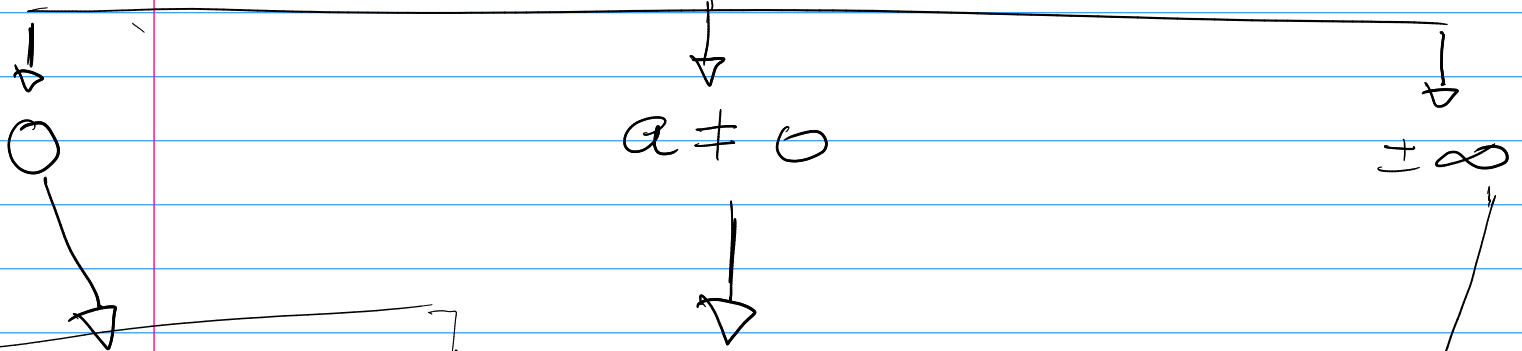
→ on dit que (C_f) admet une asymptote oblique d'équation

$$y = ax + b \text{ en } \pm\infty$$



$$\text{Si } \lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = \pm \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{f(x)}{x}$$



Cf admet une
branche para-
bolique de
direction (0x)
en $\pm \infty$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) - ax *$$

$$b \in \mathbb{R}$$

Cf admet une
branche parabolique
de direction (0x)
en $\pm \infty$

(Cf) admet une
AO d'équation
 $y = ax + b$
en $\pm \infty$

Cf admet
une BP

de direction
 $y = ax$ en $\pm \infty$

④ Les éléments de Symétrie